

# DS 2 Sciences de l'ingénieur

## PCSI

Si, au cours de l'épreuve, un candidat repère ce qui lui semble être une erreur d'énoncé il le signale sur sa copie et poursuit sa composition en indiquant les raisons des initiatives qu'il est amené à prendre.

Il est demandé au candidat de formuler toutes les hypothèses qu'il jugera nécessaires pour répondre aux questions posées.

**La présentation, la lisibilité, l'orthographe, la qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements entreront pour une part importante dans l'appréciation des copies.** En particulier, les résultats non justifiés ne seront pas pris en compte.

Les candidats sont invités à **encadrer** les résultats littéraux et **souligner** les résultats numériques.

Toutes les réponses doivent être inscrites sur le document réponse

### Contenu du sujet : 2 documents

- Énoncé de 11 pages
- Document réponse de 5 pages

**Durée : 2h**

**Calculatrice autorisée**



## **PARTIE I : Téléphérique Vanoise Express**

Le téléphérique Vanoise Express relie les domaines skiables de La Plagne et Les Arcs, donnant naissance à *paradiski*, un domaine skiable de 425 km, le troisième plus grand de France. C'est le plus grand téléphérique de ce type au monde. C'est un téléphérique sans pylônes, d'une seule portée de gare à gare, ce qui permet de diminuer l'impact sur l'environnement et de préserver la beauté du paysage. L'utilisation de cabines à deux étages permet de réduire le volume des cabines et des gares, améliorant l'esthétique de l'ensemble (cf. photo 1). La solution retenue est constituée de deux lignes parallèles portant chacune une seule cabine. Contrairement à la plupart des téléphériques, les deux lignes sont entièrement indépendantes, ce qui signifie qu'une cabine n'est pas le contrepoids de l'autre. Ainsi, en cas de problème sur une cabine, la liaison entre les deux stations n'est pas interrompue.



Photo 1 : Cabine se déplaçant sur une ligne

### **L'étude qui suit ne porte que sur une seule ligne et donc une seule cabine**

Le schéma de principe d'une ligne est donné en annexe 1. La capacité de chaque cabine est de 200 personnes. La puissance installée de 1060 kW par cabine autorise un débit maximum de 1000 personnes à l'heure dans chaque sens et par cabine. Chaque ligne est composée principalement de deux câbles porteurs (rails) et d'un câble tracteur (cf. photo 2).

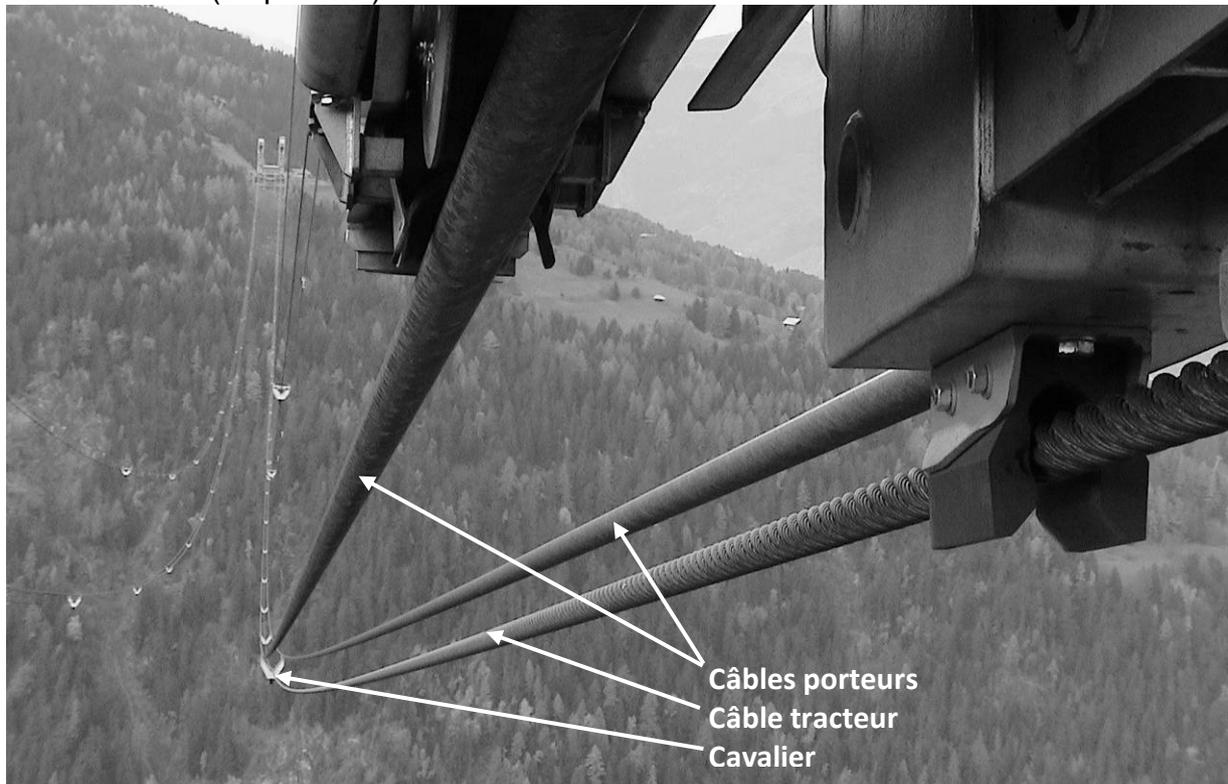
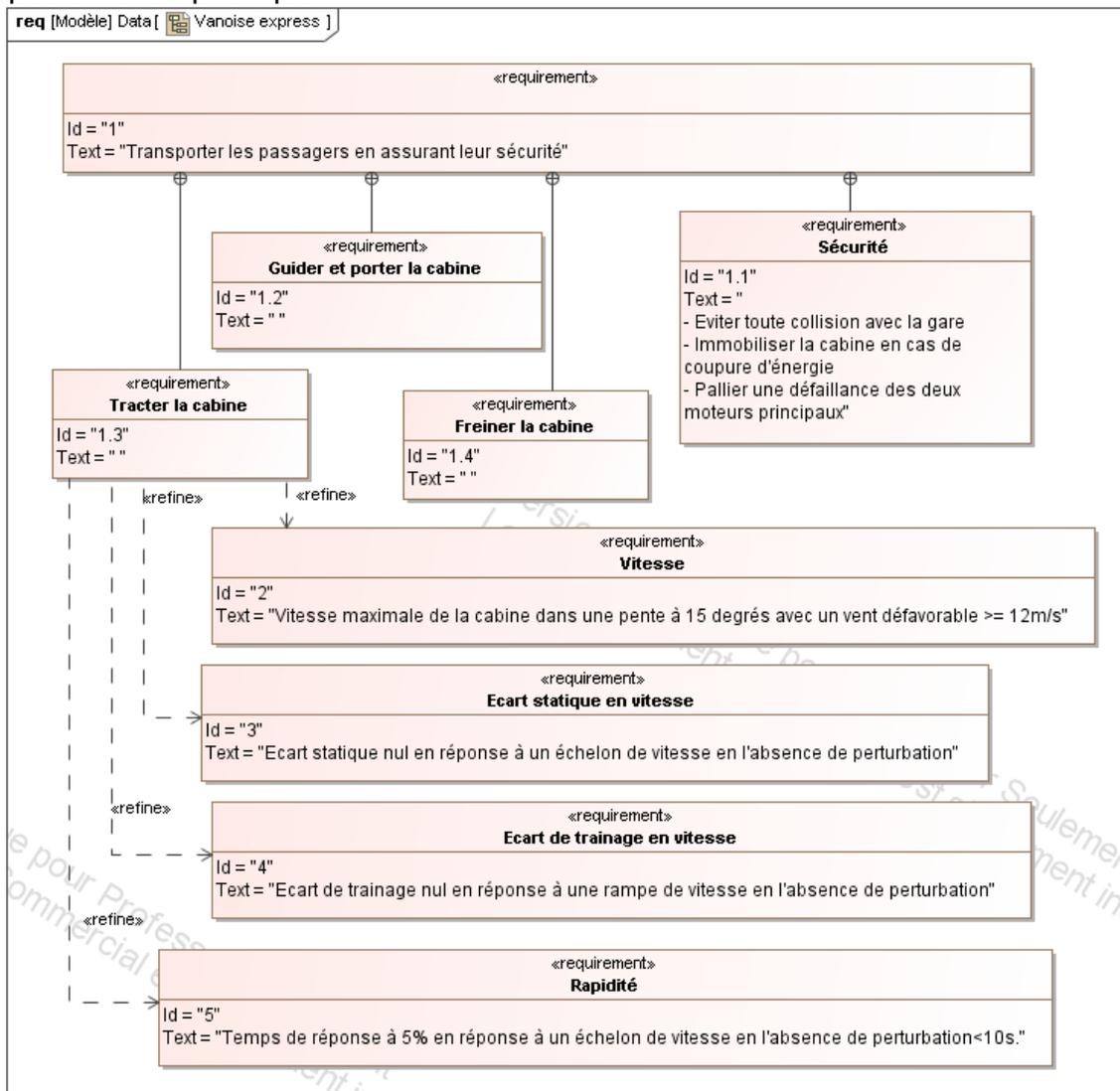


Photo 2 : Vue d'une ligne du téléphérique

Le diagramme des exigences ci-dessous rend compte des contraintes que doit respecter le téléphérique :



## A. Modélisation des moteurs

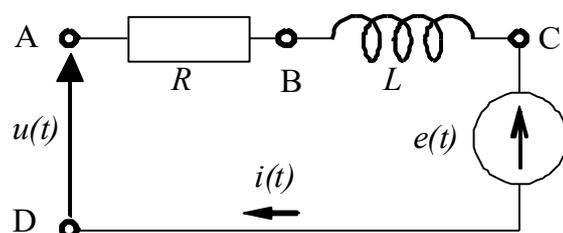
Afin de respecter les consignes de vitesse pour un trajet entre « Les Arcs » et « La Plagne », il est nécessaire que l'asservissement de vitesse des moteurs à courant continu ait des qualités en précision, stabilité et rapidité.

### Modélisation des moteurs à courant continu

#### Notations :

On notera  $F(p)$  la transformée de Laplace d'une fonction du temps  $f(t)$ .

- $u(t)$  : tension d'alimentation des moteurs
- $i(t)$  : intensité traversant un moteur
- $e(t)$  : force contre électromotrice d'un moteur
- $c_m(t)$  : couple d'un seul moteur



- $c_r(t)$  : couple perturbateur engendré par le poids du téléphérique dans une pente et par l'action du vent, ramené sur l'axe des moteurs.
- $\omega_m(t)$  : vitesse de rotation d'un moteur

**Hypothèses et données :**

- On suppose les conditions initiales nulles.
- Les deux moteurs sont et fonctionnent de manière parfaitement identique.
- Équations de comportement d'un moteur :
  - $c_m(t) = k_T \cdot i(t)$  avec  $k_T = 5,67 \text{ N.m.A}^{-1}$  (constante de couple d'un moteur)
  - $e(t) = k_E \cdot \omega_m(t)$  avec  $k_E = 5,77 \text{ V.s.rad}^{-1}$  (constante électrique d'un moteur)
- Équation de la dynamique :

$$2 \cdot c_m(t) - c_r(t) = J \cdot \frac{d\omega_m(t)}{dt} + f \cdot \omega_m(t)$$

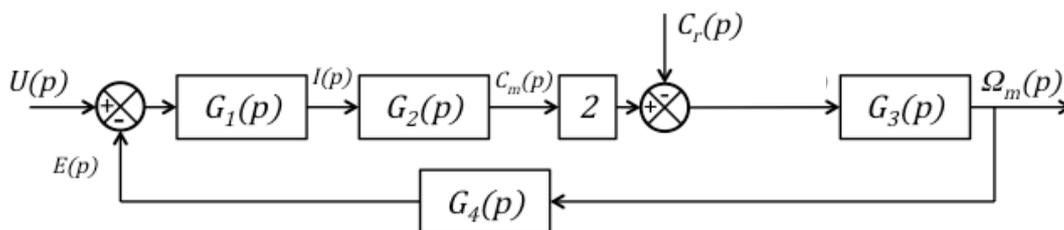
o Avec :  $J = 15,07 \text{ kg.m}^2$  et  $f = 0,15 \text{ kg.m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$

- Équation électrique :

$$u(t) = e(t) + R \cdot i(t) + L \cdot \frac{di(t)}{dt} \text{ avec } R = 2,05 \Omega \text{ et } L = 1,8 \text{ mH}$$

**Question 1:** Écrire les 4 équations traduisant le fonctionnement d'un des moteurs dans le domaine de Laplace. Quelles sont les conditions à vérifier pour effectuer la transformée de Laplace ?

**Question 2:** Le schéma bloc de la double motorisation étant fourni ci-après, déterminez les fonctions de transfert  $G_1(p)$ ,  $G_2(p)$ ,  $G_3(p)$  et  $G_4(p)$  en fonction de  $R, L, J, f, k_E, k_T$  et la variable de Laplace  $p$ .



**Question 3:** Calculer la fonction de transfert en poursuite  $F_1(p) = \frac{\Omega_m(p)}{U(p)}$  et l'écrire sous forme canonique.

**Question 4:** Donner l'expression littérale puis la valeur numérique du gain statique  $K_1$  de la fonction de transfert  $F_1(p)$ .

**Question 5:** Calculer la fonction de transfert en régulation  $F_2(p) = \frac{\Omega_m(p)}{C_r(p)}$  et l'écrire sous forme canonique.

**Question 6:** En explicitant le principe ou théorème utilisé, exprimer  $\Omega_m(p)$  en fonction de  $F_1(p)$ ,  $F_2(p)$ ,  $C_r(p)$  et  $U(p)$ .

**Quels que soient les résultats obtenus précédemment, nous supposons que  $F_1(p)$  et  $F_2(p)$  peuvent être approximées par les fonctions de transfert du premier ordre suivantes :**

$$F_1(p) = \frac{K_1}{1 + \tau \cdot p} \text{ et } F_2(p) = -\frac{K_2}{1 + \tau \cdot p}$$

On donne en annexe 2, la réponse indicielle de l'ensemble de la motorisation constituée des deux moteurs à courant continu. La courbe représente la réponse en

vitesse à un échelon de tension  $u(t)$  d'amplitude  $u_0 = 100 \text{ V}$  (le couple perturbateur  $c_r(t)$  est nul).

**Question 7:** On rappelle que  $C_r(p) = 0$ , en vous basant sur les formes de  $F_1(p)$  et  $F_2(p)$  donnée au-dessus, déterminer analytiquement l'erreur littérale du système pour une entrée en échelon d'amplitude  $u_0 = 100 \text{ V}$ .

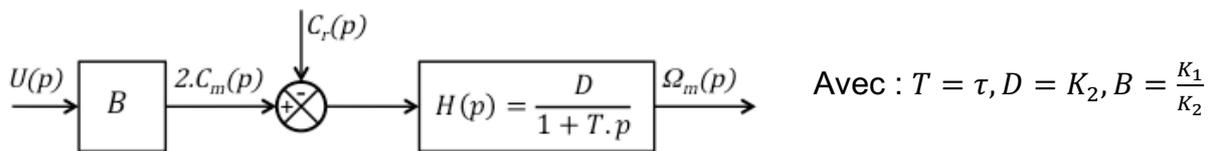
**Question 8:** Pour quelle valeur de  $K_1$  le système respecte-t-il l'exigence concernant l'écart statique en vitesse ?

**Question 9:** L'approximation de la fonction de transfert  $F_1(p)$  par une fonction de transfert du premier ordre est-elle justifiée ? Justifier succinctement par rapport à la courbe en annexe 2.

**Question 10:** Déterminer graphiquement les caractéristiques  $(K_1, \tau)$  de la fonction de transfert  $F_1(p)$ . Vous ferez apparaître les tracés sur le graphique présent dans le document réponse.

## B. Asservissement en vitesse du téléphérique

On simplifie le schéma bloc du système par le schéma bloc suivant :



La motorisation ainsi modélisée est insérée dans une boucle d'asservissement de vitesse :

- La consigne de vitesse  $v_c(t)$  est donnée en entrée. Elle est convertie en une tension  $\rho_c(t)$  par un bloc d'adaptation de gain statique  $F$ .
- Un correcteur de fonction de transfert  $C(p)$  corrige la différence  $\varepsilon(t) = \rho_c(t) - \rho_m(t)$  en une tension  $u_{cor}(t)$
- $u_{cor}(t)$  est amplifiée par un amplificateur de gain statique  $A$ , qui génère la tension d'alimentation  $u(t)$  des deux moteurs électriques (étudiés au travers des questions précédentes).
- Une génératrice tachymétrique de gain  $\mu = 0,716 \text{ V.s.rad}^{-1}$  **mesure** la vitesse de rotation  $\omega_m(t)$  du moteur et délivre une tension  $\rho_m(t)$ .
- La vitesse de rotation des moteurs  $\omega_m(t)$  est transformée en vitesse du téléphérique  $v(t)$ , via un système de transmission de gain statique  $E$ . Ce système de transmission est composé d'un réducteur de rapport de transmission  $k = \frac{1}{20}$  (donc  $\omega_{red}(t) = k \cdot \omega_m(t)$ ) et d'une poulie de diamètre  $D$ .

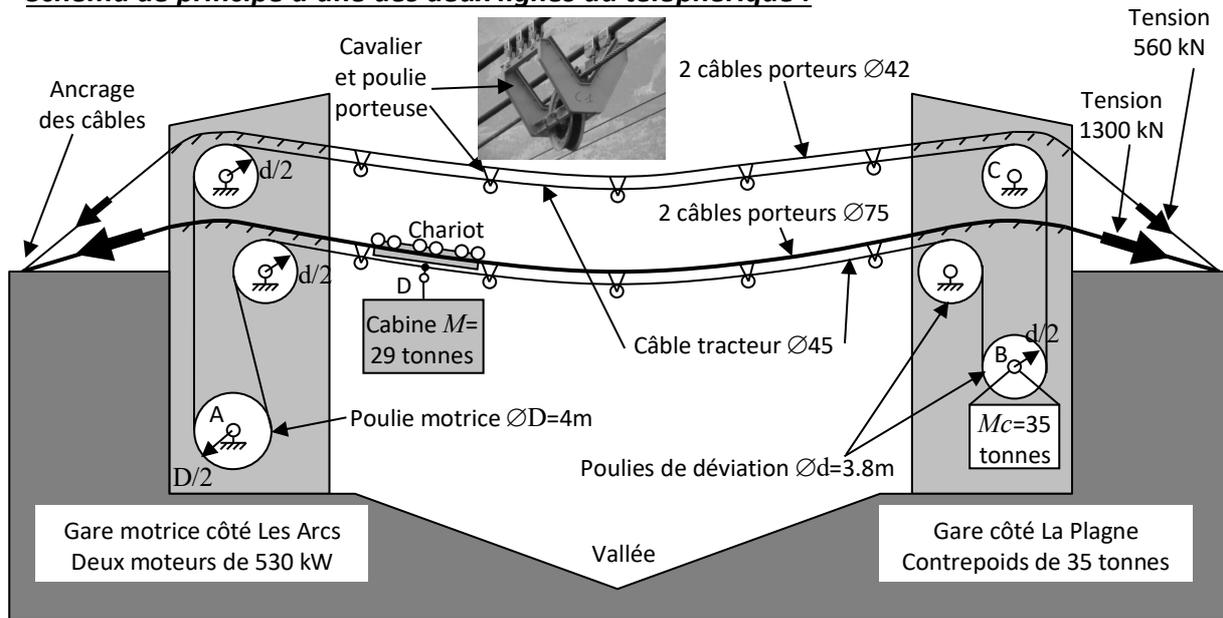
**Question 11:** Réaliser sur votre copie le schéma bloc de l'asservissement en vitesse du téléphérique (*entrées*  $V_c(p)$  et  $C_r(p)$ , *sortie*  $V(p)$ )

**Question 12:** Sachant que  $v(t) = \frac{D}{2} \cdot \omega_{red}(t)$ , avec  $\omega_{red}(t)$  la vitesse de rotation du réducteur, déterminer l'expression de  $E$ .

**Question 13:** Déterminez l'expression du gain statique  $F$  pour que le système ait un fonctionnement cohérent.

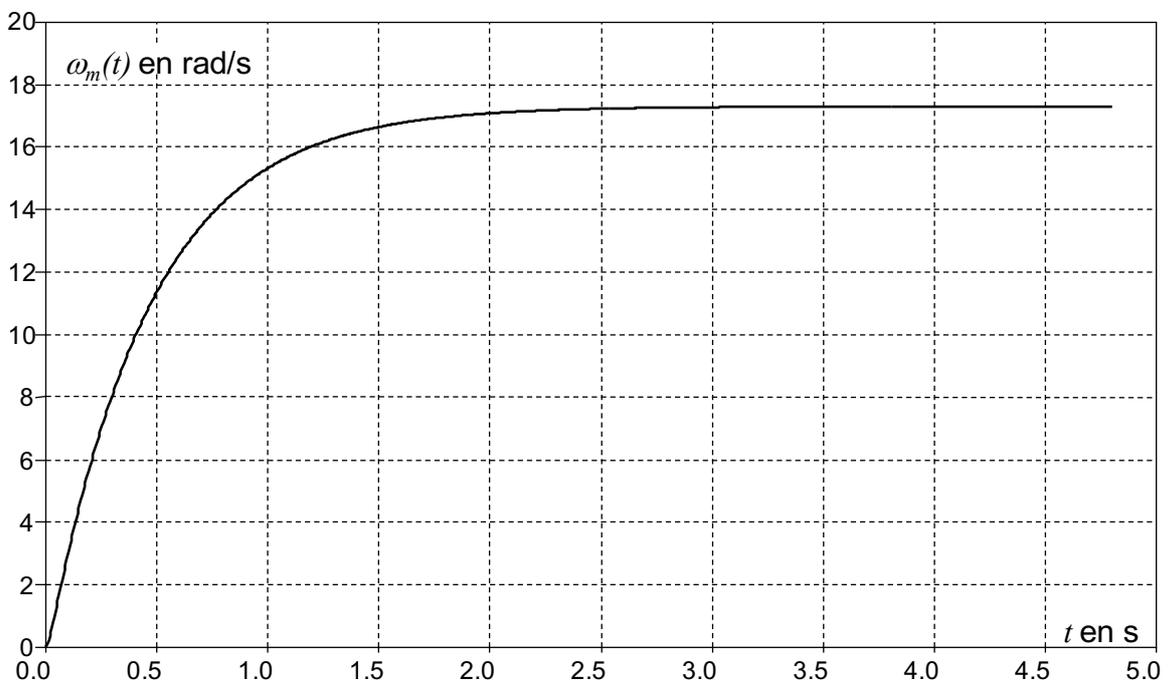
**Annexe 1 :**

***Schéma de principe d'une des deux lignes du téléphérique :***



**Annexe 2 :**

Réponse en vitesse à un échelon de tension  $u(t)$  d'amplitude 100 V :



## PARTIE II : Régulation d'un groupe turbo alternateur d'une centrale nucléaire

La France produit plus de 400 TWh d'électricité à partir d'énergie nucléaire. Pour cela, une centrale nucléaire contient plusieurs transformations d'énergie. On s'intéresse dans ce sujet à la transformation de l'énergie thermique de la vapeur d'eau du circuit secondaire en énergie mécanique de rotation de la turbine.

La zone d'étude se limitera aux vannes de régulation et de sécurité.

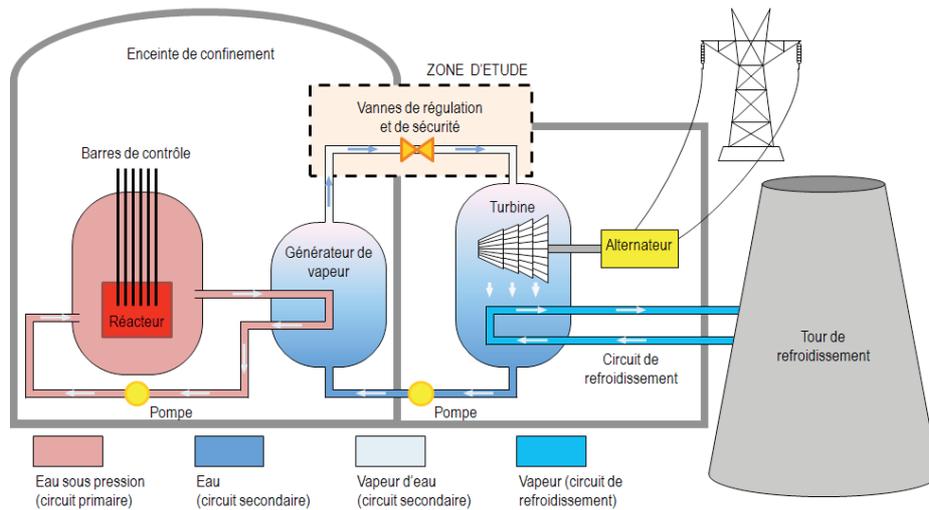


FIGURE 1 : Schéma d'une installation d'une centrale nucléaire

### I Présentation de la vanne

L'objet de notre étude porte sur deux vannes installées sur le circuit secondaire. Ces deux vannes quasi identiques ont deux fonctions différentes :

- vanne de régulation VI : permet de réguler le débit de vapeur et donc la fréquence de rotation de la turbine,
- vanne Tout ou Rien VM : permet de couper le circuit en cas d'alerte de sécurité.

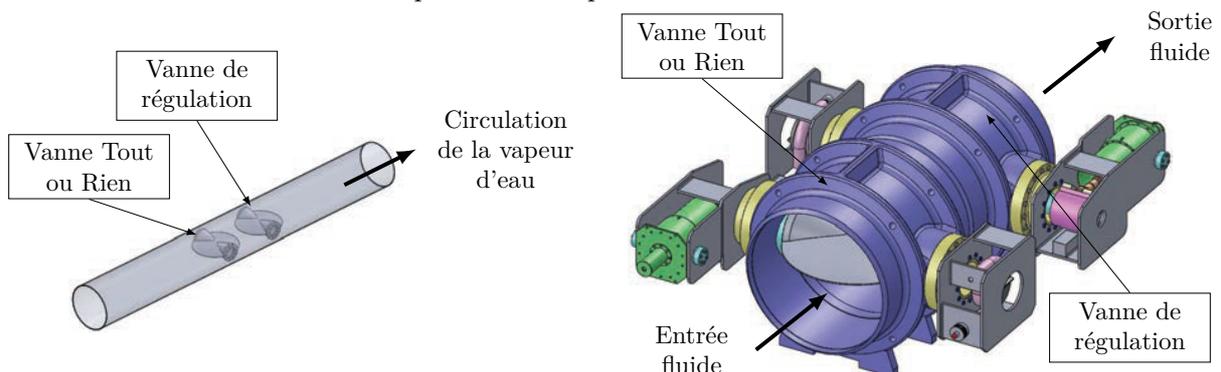


FIGURE 2 : Implantation des vannes sur la canalisation

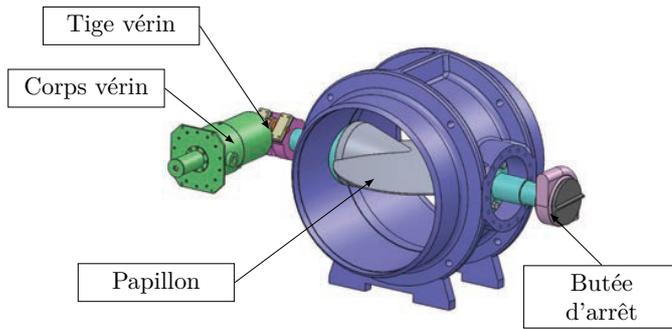


FIGURE 3 : Vanne en position ouverte

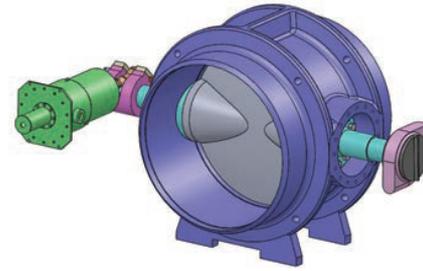


FIGURE 4 : Vanne en position fermée

Le débattement angulaire de l'obturateur (papillon) est d'un quart de tour pour passer de la position section de passage nulle (vanne totalement fermée) à section de passage maximale (vanne totalement ouverte).

**Problématique :** La fréquence du courant électrique produit par l'alternateur est liée à la vitesse de rotation de l'alternateur installé en bout d'arbre de la turbine. Cette vitesse de rotation est liée au débit de fluide circulant dans les canalisations d'alimentation de la turbine. Il est donc nécessaire de réguler ce débit.

Nous allons étudier les éléments de nature à garantir cette contrainte de vitesse de rotation du GTA (Groupe Turbo-Alternateur) et son contrôle en cas d'incident en relation avec le débit de vapeur du circuit secondaire alimentant la (ou les) turbine(s). Le diagramme partiel des exigences est donné par la FIGURE 5 et le diagramme des blocs internes du système par la FIGURE 6.

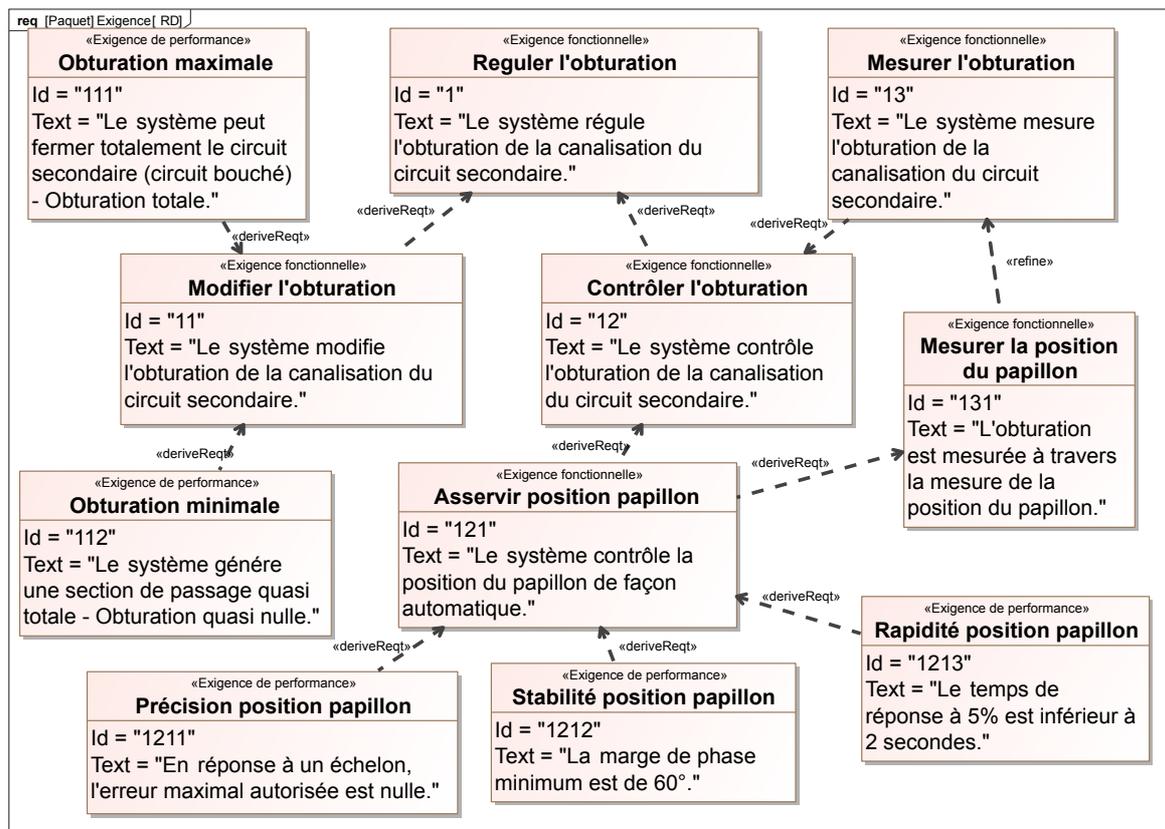


FIGURE 5 : Diagramme partiel des exigences

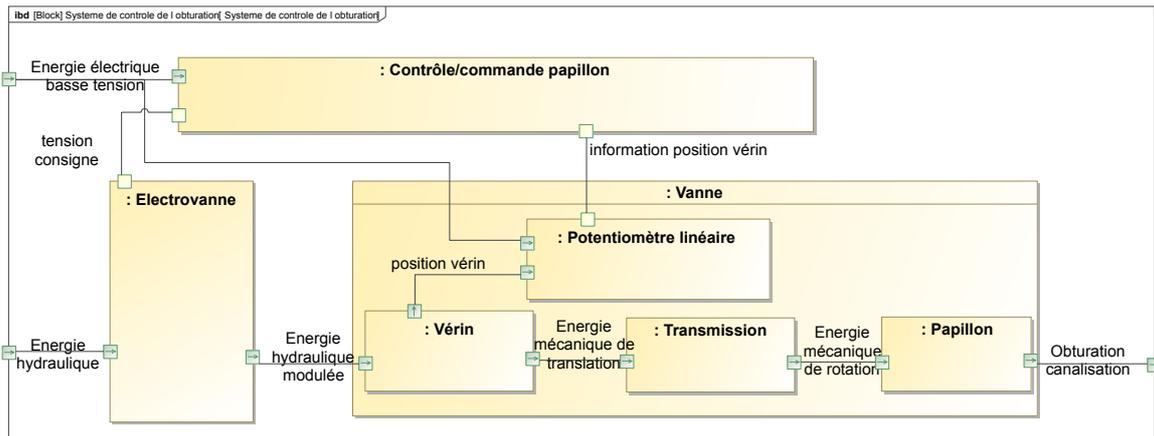


FIGURE 6 : Diagramme des blocs internes

## II Validation des performances de l'asservissement en position de la vanne

Le débit de vapeur alimentant la turbine est piloté par une vanne « quart de tour » (décrite précédemment) dont la position angulaire est asservie. L'objectif de cette partie est le dimensionnement du correcteur installé dans la boucle d'asservissement de la commande de position angulaire du papillon, permettant de vérifier les exigences attendues.

### II.1 Étude géométrique de la vanne

Le système de pilotage de la vanne est décrit par le schéma cinématique de la FIGURE 7. Le papillon de la vanne relié au levier de commande (1) est mis en rotation par l'intermédiaire d'un vérin hydraulique (corps (3) et tige (2)) dont le débit d'alimentation est contrôlé par une electrovanne.

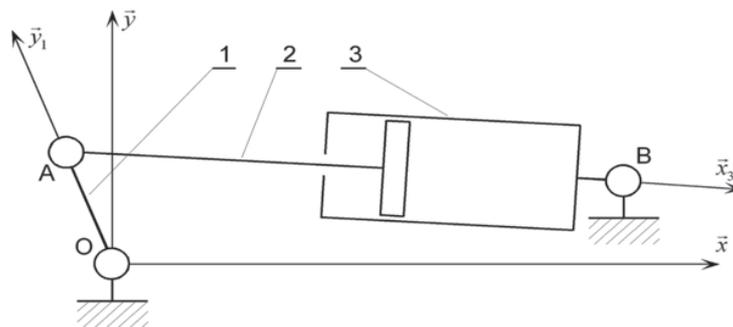


FIGURE 7 : schéma cinématique et paramétrage du système de pilotage de la vanne

On définit les repères suivants :

—  $\mathcal{R}_0 = (O, \vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$  lié au bâti 0,

—  $\mathcal{R}_1 = (O, \vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z})$  lié au levier 1, tel que  $\vec{OA} = e\vec{y}_1$  et  $\theta(t) = (\vec{x}, \vec{x}_1) = (\vec{y}, \vec{y}_1)$  avec  $\theta = \frac{\pi}{4}$  pour la position fermée et  $\theta = -\frac{\pi}{4}$  pour la position ouverte,

—  $\mathcal{R}_3 = (B, \vec{x}_3, \vec{y}_3, \vec{z})$  lié au corps du vérin 3, tel que  $\vec{OB} = L\vec{x} + d\vec{y}$ ,  $\beta(t) = (\vec{x}, \vec{x}_3) = (\vec{y}, \vec{y}_3)$  et  $\vec{AB} = \lambda(t)\vec{x}_3$ .

On donne  $L = 864,8 \text{ mm}$ ,  $d = 96 \text{ mm}$  et  $e = 135,8 \text{ mm}$ .

La tige 2 est cylindrique, tout comme le corps 3.

**Q1.** Comment peut-on modéliser, à partir des surfaces de contact, la liaison entre la pièce 2 et la pièce 3 ?

Donner les caractéristiques de la liaison que vous retenir.

**Q2.** Réaliser le graphe de liaisons du système de pilotage de la vanne

On cherche à construire un modèle linéaire de la loi entrée-sortie de ce mécanisme. A cet effet, une simulation numérique de l'équation précédente conduit au tracé de l'évolution du paramètre  $\lambda$  en fonction de l'angle  $\theta$  fourni en FIGURE 8.

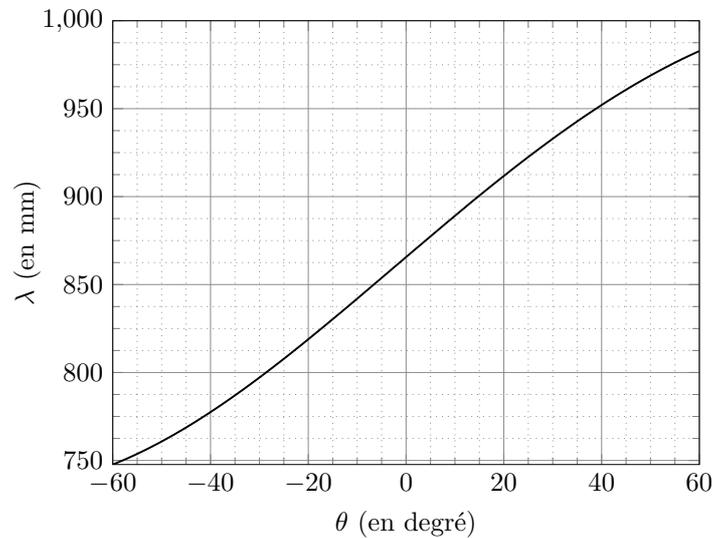


FIGURE 8 : loi entrée-sortie issue de la fermeture géométrique

**Q3.** Identifier la valeur numérique du gain  $K_\theta$  tel que  $\theta = K_\theta \Delta\lambda$  en unité S.I.**II.2** Modèle simplifié du comportement de l'asservissement de la vanne

Pour la suite du sujet, pour toute fonction temporelle notée  $f(t)$ , on note  $F(p)$  son image dans le domaine de Laplace et on considère que les conditions d'Heaviside sont réalisées.

Le vérin est alimenté par une électrovanne (entrée tension de commande  $u(t)$ , sortie débit volumique  $q(t)$ ) dont le comportement est modélisé par un gain pur de valeur  $K_{ev}$ . La section utile du vérin est notée  $S$ .

**Q4.** Montrer que la fonction de transfert du vérin peut se mettre sous la forme  $H_v(p) = \frac{\Delta\lambda(p)}{Q(p)} = \frac{K_v}{p}$  avec  $K_v$  une constante à préciser.

Qu'elle que soit la forme obtenue pour  $H_v(p)$ , on gardera pour la suite la forme suivante :  $H_v(p) = \frac{K_v}{p}$

La mesure de l'angle  $\theta$  n'est pas réalisée directement, un potentiomètre rectiligne mesure le déplacement de la tige du vérin. Ce capteur de gain  $K_{capt}$  délivre une tension  $u_\lambda(t)$  image de la position définie par  $\Delta\lambda(t)$ .

Le potentiomètre de comportement linéaire a une course électrique de 200 mm et est alimenté par une tension de 24 V. Le signal délivré  $u_\lambda(t)$  est proportionnel au déplacement et  $0 \leq u_\lambda(t) \leq 24$  V.

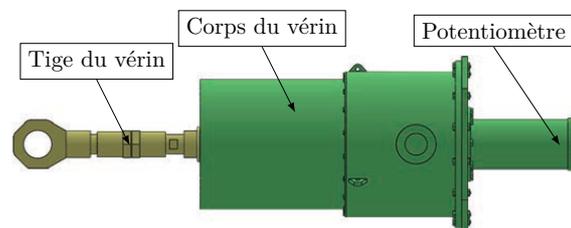


FIGURE 9 : vérin équipé du potentiomètre

**Q5.** Déterminer la valeur numérique du gain pur du potentiomètre  $K_{capt}$  à exprimer en unité SI. Préciser l'unité de  $K_{capt}$ .

Un bloc de gain  $k$  transforme la consigne angulaire  $\theta_C(t)$  (exprimée en radian) en une tension  $u_C(t)$ . Un correcteur de gain pur  $C$  amplifie l'écart entre la tension de consigne  $u_C(t)$  et la tension issue du capteur et délivre la tension d'alimentation de l'électrovanne  $u(t)$ . Cette tension amplifiée alimente l'électrovanne de commande du vérin.

**Q6.** Construire le schéma-bloc du système avec l'entrée  $\theta_C(p)$  et la sortie  $\theta(p)$ . Vous préciserez, pour chaque bloc, la fonction de transfert associée sous forme littérale et la grandeur des entrée/sortie.

**Q7.** Déterminer, sous forme canonique, l'expression littérale de la fonction de transfert en boucle fermée  $H(p) = \frac{\theta(p)}{\theta_C(p)}$  de l'asservissement en position angulaire.

**Q8.** En déduire ses grandeurs caractéristiques (expression littérale).

**Q9.** Choisir  $k$  (expression littérale) afin de satisfaire le critère de précision du diagramme des exigences

On donne les valeurs numériques suivantes :  $K_v = 100 \text{ m}^{-2}$  et  $K_{ev} = 0,01 \text{ m}^3 \cdot \text{s}^{-1} \cdot \text{V}^{-1}$ .

**Q10.** Choisir la valeur numérique du gain  $C$  permettant de vérifier l'exigence 1213.

*Fin du sujet*